



Didaktik der Arithmetik Klasse 1-3

SS 2009

Hans-Dieter Rinkens

#### Inhalt

- Lehrplan Mathematik für die Grundschule des Landes NRW
- **Arithmetische Vorkenntnisse am Schulanfang**
- Zahlaspekte, Zählen, Zahlzeichen
- Zum Gleichheitszeichen
- Materialien im Anfangsunterricht
- Addieren und Subtrahieren: Grundvorstellungen und Grundverständnis
- Beginn der Rechenfertigkeit bei Erstklässlern
- Addieren und Subtrahieren: Rechen-Strategien
- Der Zahlenraum bis 100: Aufbau und additives Rechnen
- Multiplizieren und Dividieren: Grundvorstellungen, Grundverständnis, Einmaleins
- Prinzipien des Übens
- Der Zahlenraum bis 1 Million: Stellenwertsystem
- Halbschriftliches Rechnen
- Umgang mit Daten und Größen: Sachrechnen
- Rechenstörung: Prävention und Förderung (Dr. Thomas Rottmann)

### Der Beitrag des Faches Mathematik zum Bildungs- und Erziehungsauftrag

Der Mathematikunterricht der Grundschule greift die **frühen mathematischen Alltagserfahrungen der Kinder** auf, vertieft und erweitert sie und entwickelt aus ihnen grundlegende mathematische Kompetenzen.

Auf diese Weise wird die Grundlage für das Mathematiklernen in den weiterführenden Schulen und für die lebenslange Auseinandersetzung mit mathematischen Anforderungen des täglichen Lebens geschaffen.

### Arithmetische Vorkenntnisse am Schulanfang Eingangstests mit 2013 Kindern in 76 Klassen

(Rinkens 1996/97)

#### Welche arithmetischen Vorkenntnisse bringen Kinder zum Schulanfang mit?

Für die Lehrerinnen und Lehrer, die eine erste Klasse übernehmen, ist es wichtig zu wissen, wo sie die Kinder abholen.

Eine Reihe von Untersuchungen in den letzten zwanzig Jahren haben gezeigt, dass es große Unterschiede zwischen den einzelnen Kindern, aber auch zwischen den Klassen gibt. Journalistisch begleitet wurden die Untersuchungen oft mit Sprüchen wie:

*Lehrer unterschätzen ihre Schüler.*

Hintergrund:

In einer Untersuchung mit mehreren Klassen sollten Lehrerinnen und Lehrer die Erfolgsquote (= Mittelwert richtiger Antworten) ihrer Klasse prognostizieren. Von diesen Prognosezahlen wurde der Mittelwert gebildet.

Außerdem wurde die Erfolgsquote aller an der Untersuchung Schülerinnen und Schüler gebildet.

Der Mittelwert der prognostizierten Erfolgsquoten der Klassen lag meist unter dem empirisch gefundenen Erfolgsquote aller Schülerinnen und Schüler.

[www.rinkens-hd.de/projekte/index.php](http://www.rinkens-hd.de/projekte/index.php)

### Ergebnisse

Für jede Aufgabe gilt:

**Die Unterschiede nicht nur zwischen den Kindern  
sondern auch zwischen den Klassen sind groß.**

**Bei jeder Aufgabe** wurde für jede der 76 Klassen der Prozentsatz der richtigen Antworten ermittelt: "**Klassenstand**" der Aufgabe.

Die Klassenstände der einzelnen Klassen wurden der Größe nach miteinander verglichen: **mittlerer Klassenstand** (Median)

Der **mittlere Klassenstand** besagt, dass die Hälfte der Klassen bei dieser Aufgabe ein besseres, die andere Hälfte ein schlechteres Ergebnis erzielte.

Außerdem wurde **bei jeder Aufgabe** die „**Erfolgsquote**“ (= Anteil der richtigen Antworten aller Kinder) ermittelt.

Empirisches Resultat:

**Der mittlere Klassenstand entsprach in etwa der Erfolgsquote bei der jeweiligen Aufgabe.**

### Ergebnisse

Um die Streuung zwischen den Klassen zu charakterisieren, wurde bei jeder Aufgabe zusätzlich zum mittleren Klassenstand das untere Quartil und das obere Quartil bestimmt.

**Unteres Quartil:** ein **Viertel** der Klassen hat bei dieser Aufgabe ein **schlechteres** Ergebnis erzielt.

**Oberes Quartil:** ein **Viertel** der Klassen hat bei dieser Aufgabe ein **besseres** Ergebnis erzielt. lag über dem.

**Zwischen unterem und oberem Quartil liegen somit die Klassenstände von 50 Prozent aller Klassen.**

Kurz :            84 87 93            bedeutet:

mittlerer Klassenstand 87: in der Hälfte aller Klassen haben 87 Prozent oder mehr Kinder eine richtige Antwort auf die gestellte Frage gegeben.

50 Prozent aller Klassen erreichten einen Klassenstand von 84 bis 93 Prozent; in der Hälfte der Klassen lag der Anteil der richtigen Antworten auf die gestellte Frage zwischen 84 und 93 Prozent.

**Arithmetische Vorkenntnisse am Schulanfang  
Eingangstests mit 2013 Kindern in 76 Klassen**

(Rinkens 1996/97)

Frage	Arithmetischer Inhalt	Klassenstand
1a	Verknüpfung von gesprochener und geschriebener Zahl (Zahl 7)	84 <u>87</u> 93
1b	Verknüpfung von gesprochener und geschriebener Zahl (Zahl 13)	48 <u>63</u> 73
2	Anzahl erfassen/ Abzählen (Zahl 8)	73 <u>79</u> 86
3	Rückwärts zählen	52 <u>63</u> 77
4	Anzahl erfassen / Zahlbilder (Zahl 9)	73 <u>81</u> 90
5	Addieren mit der Möglichkeit des Abzählens in einem Bild	67 <u>73</u> 80
6	Addieren ohne die Möglichkeit des Abzählens in einem Bild	42 <u>53</u> 72
7	Subtrahieren mit der Möglichkeit des Abzählens in einem Bild	57 <u>71</u> 79
8	Subtrahieren ohne die Möglichkeit des Abzählens in einem Bild	33 <u>44</u> 54
9	Addieren mit Geld	46 <u>52</u> 60
10	Subtrahieren mit Geld	14 <u>25</u> 38

**Arithmetische Vorkenntnisse am Schulanfang  
Eingangstests mit 2013 Kindern in 76 Klassen**

(Rinkens 1996/97)

**Vergleich der Additionsaufgaben  
mit und ohne die Möglichkeit des Abzählens im Bild**

Addieren			ohne Bild	
			falsch	richtig
			46%	<u>54%</u>
mit Bild	falsch	26%	20%	6%
	richtig	<u>74%</u>	<u>26%</u>	<u>48%</u>

Von den 46% Kindern, die die Aufgabe ohne Bild nicht richtig gelöst haben, haben mehr als die Hälfte (26%) die Aufgabe mit Bild korrekt lösen können.

Das Bild scheint also für die Mehrheit der Schüler eine Hilfe gewesen zu sein.

Nimmt man als Indiz für eine halbwegs gefestigte Fähigkeit des situationsgebundenen Addierens im Bereich kleiner Zahlen die richtige Antwort auf beide Aufgaben, dann trifft sie nur auf knapp die Hälfte (48%) der Kinder zu.

Vergleich der Subtraktionsaufgaben  
mit und ohne die Möglichkeit des Abzählens im Bild

Subtrahieren			ohne Bild	
			falsch	richtig
			56%	44%
mit Bild	falsch	32%	25%	7%
	richtig	68%	32%	37%

Von den 56% Kindern, die die Aufgabe ohne Bild nicht richtig gelöst haben, haben mehr als die Hälfte (32%) die Aufgabe mit Bild korrekt lösen können.

Das Bild scheint also für die Mehrheit der Schüler eine Hilfe gewesen zu sein.

Bei der Subtraktion konnten gut ein Drittel (37%) aller Kinder beide Aufgaben lösen, also deutlich weniger als bei der Addition.

Vergleich der Additionsaufgaben  
ohne Bild und mit Geld

Addieren			ohne Bild	
			falsch	richtig
			46%	54%
mit Geld	falsch	48%	31%	17%
	richtig	52%	15%	37%

Von den 46% Kindern, die in der Busaufgabe ohne Bild falsch addiert haben, haben 2/3 (= 31%) die entsprechende Aufgabe mit Geld ebenfalls falsch und 1/3 (= 15%) trotzdem richtig gelöst.

Diese Verteilung 2/3 zu 1/3 findet sich auch, wenn man die Tabelle von der Geld-Aufgabe aus betrachtet.

Die beiden Situationen, Einsteigen in einen Bus und Umgang mit Geld, sind **verschiedene subjektive Erfahrungsbereiche**: In dem einen Bereich addieren zu können, stellt nicht ohne weiteres den Transfer in den anderen sicher.

Vergleich der Subtraktionsaufgaben  
ohne Bild und mit Geld

Subtrahieren			ohne Bild	
			falsch	richtig
			56%	44%
mit Geld	falsch	71%	47%	24%
	richtig	29%	9%	20%

Mehr als zwei Drittel (= 20%) derjenigen, die in der Lage sind, das Wechselgeld richtig zu berechnen (29%), können in der Busaufgabe vorstellend subtrahieren. Von der Gruppe derjenigen, die die Busaufgabe richtig bearbeitet haben (44%), kann weniger als die Hälfte (= 20%) das Wechselgeld korrekt berechnen.

Von einem hilfreichen Einfluss des Erfahrungsbereichs Geld kann also nicht gesprochen werden, eher im Gegenteil:

**Kinder können weniger gut mit Geld umgehen als in einer konkreten Situation vorstellend rechnen.**

Zusammenfassung

Viele Kinder habenschon vor Schuleintritt **vielfältige Vorerfahrungen zu Zahlen** :

- Sie können die Zahlwortreihe aufsagen ("Zählen", bis wohin? Auch rückwärts?).
- Sie können geschriebene Zahlen lesen (oft nur in vertrauten Zusammenhängen z.B. am Telefon, bei Hausnummern).
- Sie können Zahlen schreiben (welche?).
- Sie können in konkreten Situationen (z.B. zählend) rechnen.

Zählen können – die meisten Kinder können bei Schuleintritt zumindest bis zehn zählen – bedeutet noch nicht, dass man eine Zahlwortreihe auch **rückwärts** aufsagen kann (Testaufgabe „Raketenstart“).

Folglich sind Situationen, die im Kern eine **Minus-Aufgabe** enthalten, für viele Kinder schwerer zu durchschauen als solche, die auf eine Plus-Aufgabe führen. Das bestätigt der Vergleich der Subtraktionsaufgaben mit den Additionsaufgaben.

Der **Umgang mit Geld** gehört im Alltag zu den wichtigste Anwendungen des Rechnens. Die empirischen Befunde der letzten 20 Jahre haben gezeigt, dass die Kinder wenig Vorerfahrungen im Umgang mit Geld haben. Das "Rechnen mit Geld," bildet einen eigenen subjektiven Erfahrungsbereich.