



Didaktik der Arithmetik Klasse 1-3

SS 2009

Hans-Dieter Rinkens

Inhalt

- Lehrplan Mathematik für die Grundschule des Landes NRW
- Arithmetische Vorkenntnisse am Schulanfang
- Zahlaspekte, Zählen, Zahlzeichen
- Zum Gleichheitszeichen
- Materialien im Anfangsunterricht
- **Addieren und Subtrahieren: Grundvorstellungen und Grundverständnis**
- Beginn der Rechenfertigkeit bei Erstklässlern
- Addieren und Subtrahieren: Rechen-Strategien
- Der Zahlenraum bis 100: Aufbau und additives Rechnen
- Multiplizieren und Dividieren: Grundvorstellungen, Grundverständnis, Einmaleins
- Prinzipien des Übens
- Der Zahlenraum bis 1 Million: Stellenwertsystem
- Halbschriftliches Rechnen
- Umgang mit Daten und Größen: Sachrechnen
- Rechenstörung: Prävention und Förderung (Dr. Thomas Rottmann)

Addieren und Subtrahieren - Grundvorstellungen und Grundverständnis

- Kernlehrplan Mathematik für die Grundschule
 - Phasen der Begriffsbildung
 - Grundvorstellungen und Grundverständnis
 - Grundvorstellungen des Addierens
 - Grundverständnis des Addierens
 - Drei Fragestellungen beim Addieren
 - Grundvorstellungen des Subtrahierens
 - Grundverständnis des Subtrahierens
 - Drei Fragestellungen beim Subtrahieren
 - Weitere Aspekte des Addierens und Subtrahierens
 - Handlung, Sprache, Bild

Ministerium für Schule und Weiterbildung – NRW Lehrplan Mathematik für die Grundschule des Landes NRW

Bereich: Zahlen und Operationen **Schwerpunkt: Operationsvorstellungen**

Kompetenzerwartungen am Ende der Schuleingangsphase

Die Schülerinnen und Schüler

- ordnen Grundsituationen (z. B. *dem Hinzufügen und Vereinigen oder dem Wegnehmen und Abtrennen*) Plus- oder Minus- bzw. Ergänzungsaufgaben zu
- wechseln zwischen verschiedenen Darstellungsformen von Operationen (mit Material, bildlich, symbolisch und sprachlich) hin und her
- entdecken, nutzen und beschreiben Operationseigenschaften (z. B. Umkehrbarkeit) und Rechengesetze an Beispielen (Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz usw.)
- verwenden Fachbegriffe richtig (plus, minus, mal, geteilt)

Addieren und Subtrahieren - Grundvorstellungen und Grundverständnis

$$5 + 2 = x$$

Ich lege 5 Klötze neben die Schachtel. A sagt, es seien 5.

Die Klötze werden in die Schachtel geschoben
und 2 werden neben die Schachtel gelegt.

A sagt, dass es 2 seien;
diese werden ebenfalls in die Schachtel gelegt.

Auf die Frage, wie viele in der Schachtel sind, sagt sie sofort 7.

Ich frage nach, wie sie es herausbekommen hat.

Im Kopf nachgerechnet.

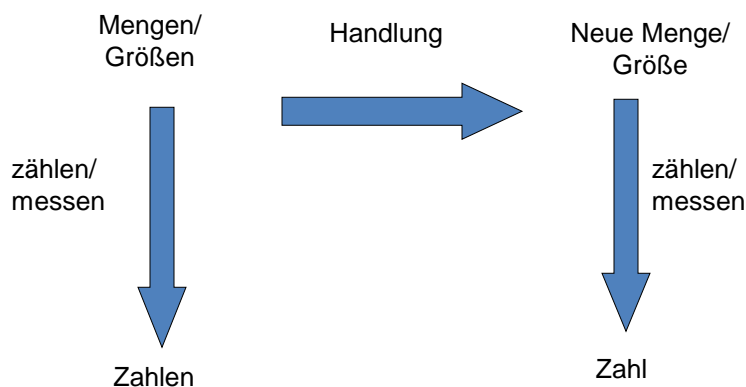
Und wie du im Kopf rechnest, kannst du nicht erzählen?

Da denke ich nach, 5, und dann denke ich noch 2 dazu und zähle noch 2 dazu.

(aus Selter/Spiegel)

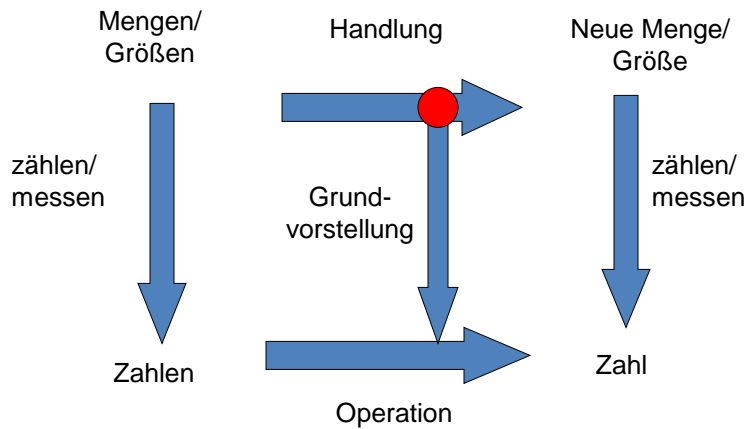
Phasen der Begriffsbildung

A) Handeln und Zählen



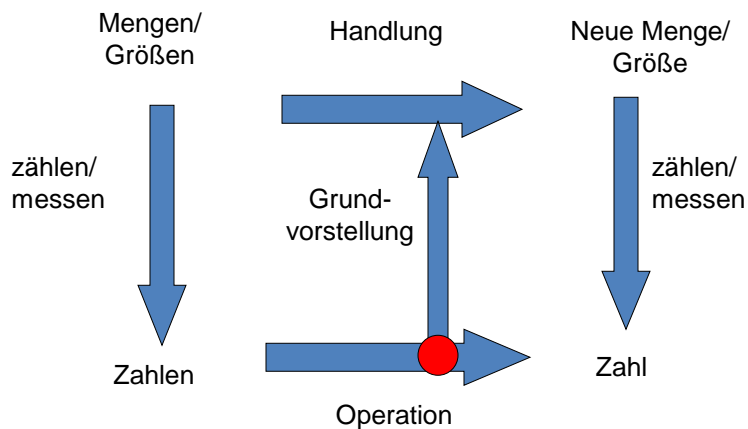
Phasen der Begriffsbildung

B) Von der Handlung zur Operation



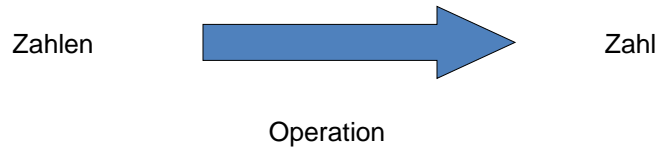
Phasen der Begriffsbildung

C) Von der Operation zur Handlung



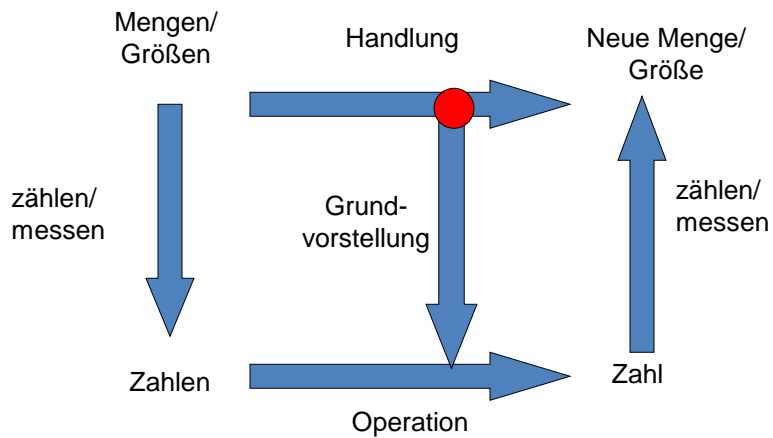
Phasen der Begriffsbildung

D) Rechnen



Phasen der Begriffsbildung

E) „Sach“-Rechnen



Grundvorstellung und Grundverständnis

- **Grundvorstellungen** bilden die Grundlage für die **Begriffsbildung** und die

Anwendungs-Orientierung der Mathematik

- Zum **Grundverständnis** einer Operation gehört die **Einsicht in fundamentale Eigenschaften**.
 - ➔ Erst dann kann sich der Umgang mit Zahlen losgelöst von der Situation entwickeln

Struktur-Orientierung der Mathematik

Grundvorstellungen des Addierens

- **zusammen tun** (legen, fügen, schauen, ...)
 - die beiden Zahlen (Summanden) sind gleichberechtigt
 - Aufgabe und Tauschaufgabe beschreiben die selbe Situation
 - Zusammentun und Zerlegen sind Umkehr-Handlungen voneinander
- **hinzu tun** (legen, fügen, geben, ...)
 - die beiden Zahlen (Summanden) haben verschiedene Bedeutung:
 1. **Summand**: Das Vorhandene, der Ausgangszustand, die „ruhende Zahl“
 2. **Summand**: Die Veränderung, der Operator, die „handelnde Zahl“
 - Die Tauschaufgabe beschreibt eine andere Situation
 - Hinzutun und Wegnehmen sind Umkehr-Handlungen voneinander

Grundverständnis des Addierens

- **Einsicht** in die **Gesetzmäßigkeit der „Nachbar-Aufgaben“**



- „Monotoniegesetz der Addition“
- „Gesetz von der Konstanz der Summe“

- **Einsicht** in die **Gesetzmäßigkeit der „Tauschaufgaben“**



- „Kommutativ-Gesetz“

Grundverständnis des Addierens

Gesetzmäßigkeit der „Nachbar-Aufgaben“

Wenn du einen Summanden um 1 vergrößerst oder verkleinerst, vergrößert oder verkleinert sich auch das Ergebnis um 1.

Aufgabe: $59 + 24 = ?$

Lösung: $60 + 24 = 84$

Also: $59 + 24 = 83$

„Monotoniegesetz der Addition“

Wenn du einen Summanden vergrößerst oder verkleinerst, vergrößert oder verkleinert sich das Ergebnis um den selben Wert.

Aufgabe: $158 + 24 = ?$

Lösung: $160 + 24 = 184$

Also: $158 + 24 = 182$

„Gesetz von der Konstanz der Summe“

Wenn du einen Summanden vergrößerst und den anderen um den selben Wert verkleinerst, bleibt die Summe gleich.

Aufgabe: $97 + 35 = ?$

Das selbe Ergebnis

wie: $100 + 32 = 132$

Grundverständnis des Addierens

Gesetzmäßigkeit der „Tauschaufgaben“

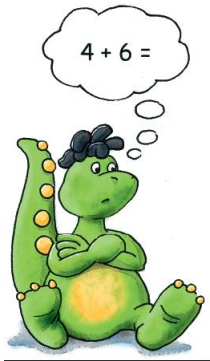
Wenn du die beiden Summanden vertauschst, bleibt die Summe gleich.

„Kommutativ-Gesetz“

Aufgabe: $11 + 47 = ?$

Das selbe Ergebnis

wie: $47 + 11 = 58$



Drei Fragestellungen beim Addieren

- **Summe gesucht** $6 + 3 = x$ Addieren
- **2. Summand gesucht** $6 + x = 9$ Ergänzen
- **1. Summand gesucht** $x + 3 = 9$

Grundvorstellungen des Subtrahierens

- **weg nehmen** (geben, gehen, ...)
- Die beiden Zahlen haben **verschiedene Bedeutung**
(1. Zahl = Minuend, 2. Zahl = Subtrahend)

Minuend: Das Vorhandene, der Ausgangszustand, die „ruhende Zahl“

Subtrahend: Die Veränderung, der Operator, die „handelnde Zahl“

Subtrahieren beschreibt einen Handlungsablauf

Schwierigkeiten der bildlichen Darstellung 

Grundverständnis des Subtrahierens

- **Einsicht** in die **Gesetzmäßigkeit der „Nachbar-Aufgaben“**



- „Monotoniegesetze der Subtraktion“
- „Gesetz von der Konstanz der Differenz“

- **Einsicht** in den **Zusammenhang zum Addieren**

Grundverständnis des Subtrahierens

Gesetzmäßigkeit der „Nachbar-Aufgaben“

Wenn du die „**ruhende Zahl**“ um 1 **vergrößerst** (**verkleinerst**), **vergrößert** (**verkleinert**) sich auch das Ergebnis um 1.

Aufgabe: $101 - 25 = ?$

Lösung: $100 - 25 = 75$

Also: $101 - 25 = 76$

Wenn du die „**handelnde Zahl**“ um 1 **vergrößerst** (**verkleinerst**), **verkleinert** (**vergrößert**) sich das Ergebnis um 1.

Aufgabe: $74 - 29 = ?$

Lösung: $74 - 30 = 44$

Also: $74 - 29 = 45$

Grundverständnis des Subtrahierens

„Monotoniegesetze der Subtraktion“

Wenn du die „**ruhende Zahl**“ **vergrößerst** (**verkleinerst**), **vergrößert** (**verkleinert**) sich auch das Ergebnis um den selben Wert.

Aufgabe: $103 - 25 = ?$

Lösung: $100 - 25 = 75$

Also: $103 - 25 = 78$

Wenn du die „**handelnde Zahl**“ **vergrößerst** (**verkleinerst**), **verkleinert** (**vergrößert**) sich das Ergebnis um den selben Wert.

Aufgabe: $740 - 280 = ?$

Lösung: $740 - 300 = 440$

Also: $740 - 280 = 460$

„Gesetz von der Konstanz der Differenz“

Wenn du **beide** Zahlen um den selben Wert **vergrößerst** oder **verkleinerst**, bleibt die Differenz **gleich**.

Aufgabe: $102 - 37 = ?$

Das selbe Ergebnis wie:
 $100 - 35 = 65$

Grundverständnis des Subtrahierens

Zusammenhang

Subtrahieren \longleftrightarrow Addieren

weg nehmen - hinzu fügen

weg geben - hinzu nehmen

weg gehen - hinzu kommen

aussteigen - einsteigen

um so viel weniger als - um so viel mehr als

Subtrahieren als Wegnehmen oder Ergänzen

Aufgabe: $91 - 89 = ?$

$? + 4 = 21$

Das selbe Ergebnis wie: $89 + ? = 91$

$21 - 4 = ?$

Drei Fragestellungen beim Subtrahieren

- **Differenz gesucht** $11 - 4 = x$ Subtrahieren
- **Subtrahend gesucht** $11 - x = 7$ Subtraktives Ergänzen
- **Minuend gesucht** $x - 4 = 7$

$$11 - x = 7 \longleftrightarrow 7 + x = 11$$

$$x - 4 = 7 \longleftrightarrow x = 7 + 4$$

Weitere Aspekte des Addierens und Subtrahierens

„Vergleichen“

Anja hat 9 Bonbons. Britta hat 4 Bonbons mehr als Anja.

Wie viel Bonbons hat Britta?

Anja hat 9 Bonbons. Sie hat 4 Bonbons mehr als Britta.

Wie viel Bonbons hat Britta?

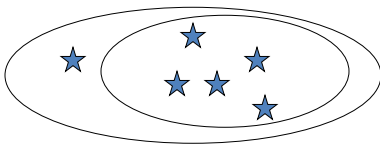


keine Handlung!

Weitere Aspekte des Addierens und Subtrahierens

In den meisten
Anwendungsfällen

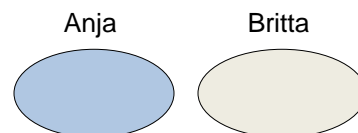
Teil-Teil-Ganzes



weg nehmen - hinzu fügen
weg geben - hinzu nehmen
weg gehen - hinzu kommen
aussteigen - einsteigen

„Vergleichen“

Zwei disjunkte Mengen



Handlung, Sprache, Bild

